

## Control estadístico del hormigón mediante cartas de control y

### Sistema CUSUM

*Departamento de Tecnología del Hormigón  
Instituto del Cemento Portland Argentino*

El hormigón es un material compuesto, proveniente de la combinación de materiales cementicios, agregados finos y gruesos, agua y aditivos químicos, los que se dosifican y mezclan convenientemente para alcanzar ciertas propiedades y prestaciones deseadas. Para establecer el cumplimiento de las especificaciones previstas en los hormigones elaborados, es necesario llevar a cabo procedimientos de inspección y ensayos, tanto en las fases de producción como de recepción, en base a un Plan de Control definido, y con esfuerzos y costos razonables para su implementación.

Estos controles pueden orientarse a cuestiones de índole tecnológica o prestacional de las materias primas o del hormigón, aspectos normativos, análisis de eficiencia de los sistemas de producción y control implementados, y son aplicables tanto a los procesos de elaboración de hormigón en planta como en obra, a las fábricas industrializadas de producción de elementos premoldeados, así como a los procesos de control de recepción del hormigón por parte de terceros y usuarios. La adecuada implementación de estos sistemas de control redunda en múltiples beneficios, entre los que pueden citarse:

- Asegurar el cumplimiento de las exigencias establecidas en la documentación técnica y contractual de cada proyecto y para cada usuario
- Optimizar los procesos de producción, disminuyendo y controlando los costos de fabricación y el control de calidad
- Disminuir los problemas emergentes y resultados no satisfactorios en lotes defectuosos, y trabajos correctivos por tareas no conformes
- Mejorar la satisfacción del usuario y los estándares de calidad de cada planta productora y la Industria de la Construcción en su conjunto
- Detectar tempranamente los cambios no previstos en los sistemas de producción y/o provisión del hormigón a obra, e introducir las medidas correctivas que sean necesarias

Al analizar los procesos de producción y control del hormigón, es posible detectar qué factores inciden sobre los resultados de las mediciones que se realizan, y cuáles contribuyen a la variabilidad e incertidumbre de los resultados de ensayos<sup>1</sup>. Al evaluar estos aportes de incertidumbre, tanto aquéllos que resultan esperables por las características propias del material como los de incidencia imprevista e indeseable, se reconoce la importancia de implementar mecanismos que permitan sistematizar y racionalizar la toma de decisiones en

---

<sup>1</sup> Las *fluctuaciones* en las propiedades de las materias primas empleadas, las variaciones en la dosificación, la carga de los materiales y el amasado del hormigón, el uso de un número discreto de muestras y el volumen acotado para las instancias de Control de Calidad, las incertidumbres propias de los métodos de ensayo empleados, las deficiencias en la resolución y precisión de los instrumentos de medida utilizados, o la incidencia del desempeño de los operadores de control, son sólo algunos de los factores más importantes a considerar en este análisis.

base a los resultados de los procedimientos de control. En este sentido, el control estadístico de los procesos es una herramienta de indudable valor, pues establece una metodología formal, independiente y de criterio imparcial para el análisis de los resultados e interpretación de tales variaciones, en base a modelos de distribución probabilística.

El empleo de los gráficos de control es una de las herramientas de la Calidad en el que se apoya el control estadístico de procesos. Por varias décadas, su aplicación ha sido muy difundida en distintos complejos industriales, al igual que en el caso de la industria de elaboración del hormigón. Al respecto, el Reglamento Argentino de Estructuras de Hormigón CIRSOC 201:2005 establece la aplicación de medios específicos para asegurar el cumplimiento de los requisitos especificados en las condiciones de proyecto o el vínculo contractual entre el proveedor del hormigón y su cliente, y medir las fluctuaciones que experimenta el material según ciertos parámetros de control. Para las plantas elaboradoras que trabajan bajo las condiciones previstas en el MODO 1 de producción de dicho reglamento, este requisito es de aplicación obligatoria para todos aquellos indicadores que están relacionados con los parámetros de diseño de cada tipo de hormigón, tales como la consistencia, el contenido de aire, la masa por unidad de volumen (PUV), la temperatura del hormigón en su estado fresco, y la resistencia mecánica, así como el desarrollo de un registro completo de las operaciones llevadas a cabo y de las características de cada uno de los hormigones preparados.

### **Control estadístico aplicado a los resultados de resistencia a la compresión**

En términos generales, uno de los parámetros más importantes del Control de Calidad de los hormigones es la resistencia a la compresión. Ello responde al buen desempeño que el hormigón presenta en tal prestación, a la vez que es uno de los parámetros centrales del diseño estructural de elementos en las construcciones ejecutadas con este material, y es de una sencilla, práctica, repetible y reproducible determinación en laboratorios de ensayo, aún con instalaciones de baja complejidad. Otras variables de interés en los procesos de Control de Calidad de recepción o producción son la consistencia, la relación agua / material cementicio, las propiedades de los materiales componentes (por ejemplo, el módulo de finura de agregados finos, la distribución granulométrica de agregados, la categoría resistente de los cementos), la homogeneidad en el mezclado en distintos vehículos motohormigoneros (mixers), entre otros aspectos.

La dispersión que puede observarse al analizar series de resultados de ensayo puede provenir de 2 fuentes centrales, a saber: 1) las variaciones de carácter aleatorio que provienen de la fluctuación de las características de las materias primas, las inherentes a la implementación de cualquier proceso de producción, muestreo y ensayo, y 2) los desvíos sistemáticos relacionados con la modificación de las condiciones de operación de un sistema. Las primeras son consideradas como de ocurrencia típica y normal, y pueden ser acotadas mediante la implementación de programas de producción y control adecuados, el uso de equipamiento e infraestructura apropiada, y la capacitación del personal en los distintos puestos de trabajo. En cambio, las segundas denotan un cambio persistente en los parámetros centrales del proceso, son indicio de “descontrol” en el sistema respecto a sus condiciones previstas, y producen alteración sobre

los valores medios, el desvío estándar, el coeficiente de variación <sup>2</sup> y/o del rango <sup>3</sup> de los parámetros de control y ensayo. Algunos casos particulares que motivan estas variaciones son las fluctuaciones, pastón a pastón, en las proporciones y características de los materiales empleados, las variaciones propias de los procesos de amasado, despacho y transporte del hormigón, las condiciones ambientales del entorno de trabajo, y los procesos de toma de muestras, preparación de probetas, curado y ensayo <sup>4</sup>.

En procesos “estables”, los resultados de control de la resistencia a la compresión del hormigón se ajustan, con muy buena aproximación, a una distribución estadística de tipo normal (en especial, si la cantidad de datos que se consideran en el análisis es amplia). Este tipo de distribución es típica en el caso de numerosos materiales y procesos productivos diversos, y tiene por particularidad que se define matemáticamente mediante un valor medio central de la distribución y una desviación estándar. Tal valor medio ( $\bar{X}$ ) es estimado habitualmente como el valor promedio de los resultados obtenidos en las distintas series de ensayo, donde cada valor considerado proviene del promedio de, como mínimo, 2 resultados individuales de ensayo de probetas tratadas en idénticas condiciones, y preparadas con hormigón proveniente del mismo pastón. La desviación estándar ( $S_n$ ) es una medida de la dispersión de los resultados correspondientes a distintas series de ensayo, y puede ser calculada empleando la expresión de la [Ec. (b)]. En la **Figura 1**, se presenta un esquema con la distribución de frecuencias de este tipo de estadística.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} \quad [\text{Ec. (a)}] \qquad S_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n-1}} \quad [\text{Ec. (b)}]$$

Siendo,  $\bar{X}$  : el estimador de la media de la distribución normal, calculado como la media aritmética de los resultados muestrales, expresado en la unidad correspondiente

$x_i$ : cada valor de ensayo, obtenido como el promedio de 2 determinaciones individuales

$n$ : la cantidad de valores de ensayo considerados en el análisis

$S_n$ : el estimador de la desvío estándar de la distribución normal, expresado en la unidad correspondiente

Alternativamente, el desvío estándar se puede calcular a partir del rango medio (RM) (o viceversa), calculado como el promedio de los valores individuales de rango determinados entre pares sucesivos de resultados de control (ver nota de referencia No. 3), mediante la aplicación de la siguiente expresión:  $RM = 1,128 \cdot S_n$  [Ec (c)] o, equivalentemente,  $S_n = 0,866 \cdot RM$  [Ec (d)]

En términos teóricos, para determinar el valor medio real de la distribución normal ( $\bar{X}$ ) y el desvío estándar ( $S_n$ ), sería necesario ensayar el 100% de los materiales u hormigones que son elaborados, aunque ello es,

<sup>2</sup> **Coeficiente de variación**: cociente entre el desvío estándar y el valor medio, expresado en por ciento.

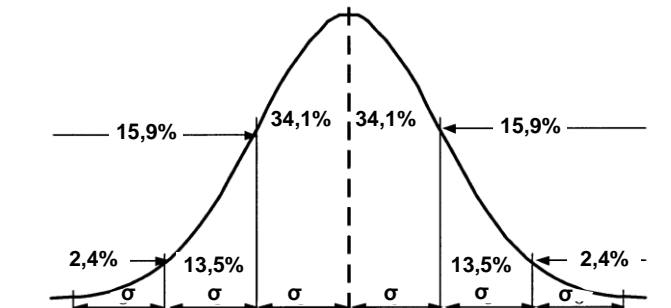
<sup>3</sup> **Rango de una serie**: diferencia entre los valores extremos menor y mayor la serie, expresado en valor absoluto.

<sup>4</sup> En el caso de la resistencia a la compresión del hormigón, son aspectos importantes en la variación de la resistencia a la compresión los siguientes: la relación agua / material cementicio; la distribución granulométrica, el tipo, la textura y la absorción de agua de los agregados; las propiedades de los materiales cementicios y adiciones minerales utilizadas; el uso, el tipo y la dosis de aditivos químicos; el contenido de aire incorporado al hormigón; las proporciones relativas de los materiales componentes; el amasado, el transporte, la colocación, la compactación y el curado; la madurez del hormigón; la aplicación de los métodos de muestreo y ensayo del hormigón según condiciones normativas.

lógicamente, impracticable y excesivamente oneroso. Por ello, estos valores se estiman mediante los resultados obtenidos en un conjunto reducido de casos, aunque en cantidad y condiciones adecuadas.

Cabe destacar que, en general, la variabilidad de los resultados de ensayo es proporcional al grado de control implementado, siendo mayor la variabilidad en los casos de sistemas que presentan menor grado de control en las distintas fases del proceso. Luego, la desviación estándar en procesos que exhiben mayores niveles de control será menor, al igual que las métricas referidas anteriormente en relación con el coeficiente de variación y el rango observado en cada instancia de control.

**Figura 1.** Curva de distribución de frecuencias de valores de ensayo según una distribución de tipo normal, y porcentajes de la cantidad de resultados comprendidos en cada intervalo de resistencias, medidos en unidades de desvío estándar



**Nota.** El área comprendida debajo de la curva hasta el eje de abscisas, desde un valor 'x1' hasta un valor 'x2' representa la probabilidad de que un resultado de ensayo se encuentre entre tales valores 'x1' y 'x2'.

Para el estudio de los procesos con un nivel razonable de precisión, es necesario contar, por cada tipo de hormigón en análisis, con un número adecuado de resultados de ensayo. Ellos deben provenir de instancias de inspección establecidas según un plan de control, muestreo aleatorio y ensayo, de acuerdo con una frecuencia definida previamente, en un todo de acuerdo con las normas de aplicación, y con independencia de factores que dirijan con intencionalidad los resultados obtenidos. La cantidad de datos necesarios para el análisis estadístico suele ser no menor que 30, siendo cada valor el promedio de, como mínimo, 2 resultados de determinaciones individuales. Como criterio general, a medida que la cantidad de datos disponibles es menor, el tratamiento de los resultados debe efectuarse con mayor precaución y bajo criterios más conservadores, por cuanto la cantidad de datos y evidencia disponibles puede ser insuficiente para caracterizar el sistema con el grado de certidumbre necesario.

Por lo antes mencionado en relación con la variabilidad de los resultados y su distribución estadística de tipo normal, las especificaciones de control de, por ejemplo, la resistencia a la compresión del hormigón se establecen en base a un valor de resistencia mínima "objetivo" en los resultados de ensayo de probetas, el que es superior al valor de resistencia de diseño especificada en el proyecto. Tal mayoración tiene en cuenta

con cierto grado de seguridad los posibles aportes de variabilidad al proceso y de las instancias de control. Asimismo, estos valores consideran que cierto porcentaje menor de casos pueden exhibir resultados eventualmente menores al valor requerido, aunque ellos se admiten por ser de muy baja ocurrencia. Aritméticamente, estos últimos 2 factores -variabilidad de los resultados y la aceptación de un número reducido de casos de valor menor al especificado-, se valoran a partir de la adición al valor especificado de un valor calculado como el producto entre la desviación estándar del sistema, y un factor de mayoración determinado en función al porcentaje de casos *no conformes* admitidos (generalmente, 5 ó 10 %) y el nivel de confianza bajo el que se realiza el análisis estadístico (típicamente, del 95 %).

### Gráficos de control y sistema CUSUM para la resistencia a la compresión

Dado que para el hormigón la distribución estadística de los resultados de ensayo puede considerarse de tipo normal, es esperable que los valores provenientes de distintas operaciones de control se encuentren, mayoritariamente, en proximidad a un valor de referencia “central” (media de la distribución normal), mientras que otros valores, más “distantes” (con mayor diferencia) respecto a aquél, tienen una probabilidad de ocurrencia incrementalmente menor cuanto mayor es la medida del apartamiento respecto al valor central.<sup>5</sup>

Los gráficos de control constituyen una representación gráfica de la evolución de cierta característica o propiedad de un hormigón a lo largo del tiempo, y se emplean para comparar los resultados de control respecto a valores de referencia que caracterizan al sistema cuando éstos operan en condiciones “normales” y estables. En base al estudio de la progresión de resultados, es posible detectar eventuales desvíos en el sistema, establecer su impacto y los períodos en los que los resultados han sido *no conformes*, investigar las causas que condujeron al desvío y definir las acciones correctivas que son necesarias para su remediación. Si bien la elaboración de los gráficos de control puede ser sistematizado con cierta facilidad, el procesamiento de la información requiere de la aplicación de criterios analíticos y la interpretación por parte de un analista entrenado. Cabe destacar que cada gráfico se prepara en forma individual para cada parámetro de control seleccionado, y por cada tipo de hormigón, dosificación y grupo de materiales empleados.

Se distinguen 2 formas básicas de desarrollar y utilizar los gráficos de control, a saber:

- *Gráficos simples de control para valores absolutos.* Se desarrollan indicando la progresión de resultados obtenidos en distintos ensayos efectuados para la evaluación para cierto parámetro, considerando su posicionamiento relativo respecto al valor de referencia. Cada punto del gráfico corresponde al resultado obtenido en la instancia de control. En condiciones normales y en sistemas estables, la progresión de valores debe tender al valor de referencia. Pueden ser desarrollados para una única característica o variable de análisis (análisis “univariante”), o en base a un estadístico que represente más de una característica (análisis “multivariante”; por ejemplo, el coeficiente de variación -ver nota de referencia No. 2-). Este análisis suele ser complementado mediante el uso de

<sup>5</sup> A los fines de este análisis, se entiende por valor de referencia como aquél que es esperable como resultado de la evaluación de cierto atributo cuando el sistema se desarrolla bajo condiciones “normales” y estables.

límites de alerta y límites de control, los que se fijan como criterios estadísticos que permiten discernir cuándo los resultados de control pueden considerarse “observados” o “anómalos”, respectivamente. Estos límites de control se fijan respecto al valor de referencia objetivo, con una medida de, generalmente, ‘ $2.S_n$ ’ para los límites de alerta -superior e inferior- y ‘ $3.S_n$ ’ para los límites de anomalía.

- *Sistema CUSUM* (en inglés, Cumulative Sumation). Se desarrollan en base al cálculo de la diferencia aritmética entre cada resultado de una instancia de control y el valor de referencia establecido. Estas diferencias luego se suman en forma acumulada, permitiendo así observar el desvío progresivo del sistema respecto a las condiciones objetivo. En sistemas que operan en condiciones “estables” y “normales”, el valor de esta suma acumulada debería tender a cero, denotando que los resultados de control se posicionan en el entorno del valor de referencia y convergen a él. Gráficamente, ello puede observarse como una línea de trayectoria aleatoria en proximidad al valor “cero”.

Para establecer el valor acumulado, cada diferencia debe ser considerada con su respectivo signo, distinguiendo entre las diferencias que suponen exceso de las que representan un menor resultado respecto al valor de referencia. Las diferencias en valor positivo indican que los resultados obtenidos son mayores al valor de referencia (objetivo), mientras que los valores negativos, lo contrario.

El sistema CUSUM es preferido porque reporta mayor sensibilidad en la detección de ligeros cambios en los sistemas y desvíos en las características del material, aún con un número reducido de resultados de ensayo, y permite identificar anticipadamente cambios en el sistema. Ello facilita un temprano análisis de los desvíos, y la implementación de medidas correctivas que reducen de los costos emergentes de reclamos por productos *no conformes* por desvíos en el sistema.

A diferencia del sistema CUSUM, los gráficos de control en valor absoluto se emplean para analizar la progresión general de los datos recabados, y son particularmente útiles para detectar variaciones significativas en la tendencia de un proceso en períodos prolongados. Su simple implementación para la pronta detección de desvíos puede requerir un mayor número de casos que los necesarios para el análisis CUSUM, condicionando la conveniencia de uso del método.

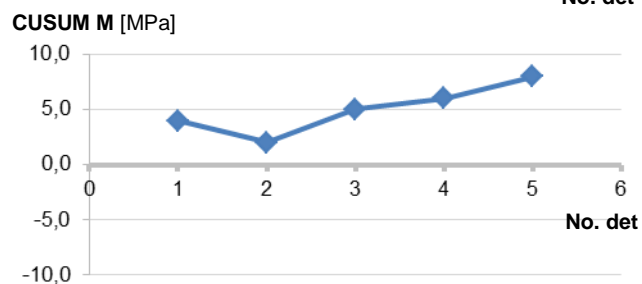
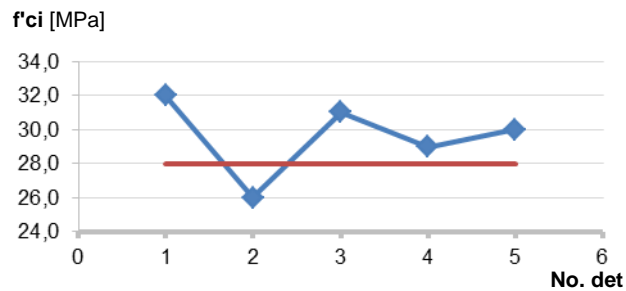
En ambos casos, los gráficos se ejecutan presentando los valores obtenidos en orden cronológico respecto a una escala temporal, lo que permite establecer el momento en el han sucedido los cambios.

Dentro del análisis CUSUM de la resistencia a la compresión del hormigón, es de interés analizar la evaluación de los resultados obtenidos a una edad especificada o de diseño (por ejemplo, 28 días), el desvío estándar de la producción, y la relación entre los valores de resistencia a una edad temprana (por ejemplo, 7 días) respecto al de la edad de diseño del hormigón (esto último permite predecir posibles alteraciones en los resultados esperables a la edad de diseño posterior). Por su identificación en el idioma inglés, el primero de ellos suele denominarse ‘CUSUM M’, al segundo de ellos ‘CUSUM R’, y al último ‘CUSUM C’.

El gráfico CUSUM M se construye con el valor proveniente de la “acumulación” de las diferencias entre cada resultado de ensayo (valor promedio de los resultados individuales de, como mínimo, 2 probetas) y el valor de referencia del sistema (valor objetivo) (Ver ejemplo de la **Tabla 1** y la **Figura 3**). Cuando se desea controlar la evolución del desvío estándar (CUSUM R) se utiliza la relación entre el valor de referencia del rango objetivo y los resultados individuales del rango calculado para cada par de valores sucesivos (el del paso de análisis y su inmediato anterior) de los resultados de ensayo del parámetro (Ver ejemplo de la **Tabla 2** y **Figura 4**). Por último, el análisis CUSUM C se establece a partir de la diferencia entre el valor real de resistencia obtenido a la edad de diseño y el estimado anticipadamente en base al valor de la resistencia obtenido a una edad anterior.

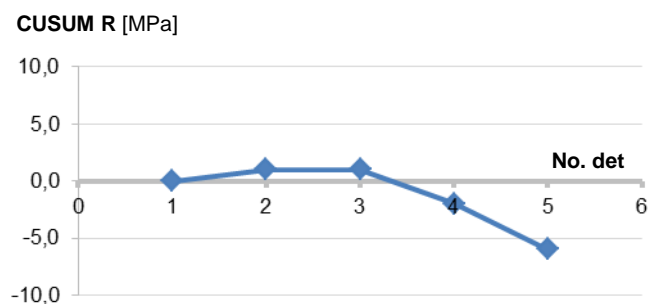
**Tabla 1, Figuras 2 y 3.** Empleo de aplicación de gráficos de control del valor de la resistencia a la compresión y CUSUM M

No. de orden	f'ci [MPa]	f'ci - RMO [MPa]	CUSUM M [MPa]
1	32,0	4,0	4,0
2	26,0	-2,0	2,0
3	31,0	3,0	5,0
4	29,0	1,0	6,0
5	30,0	2,0	8,0
<b>Valor objetivo (RMO)</b>			28,0 MPa



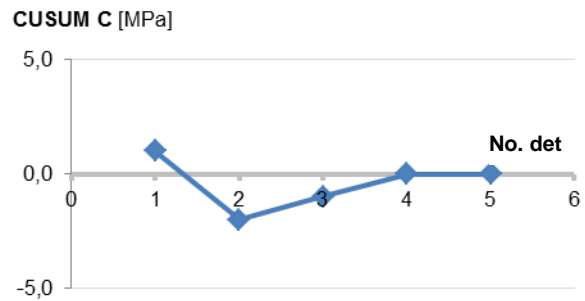
**Tabla 2 y Figura 4.** CUSUM R para el análisis del desvío estándar de la resistencia a la compresión

No. de orden	f'ci MPa	Rango (R) MPa	R - RO MPa	CUSUM R MPa
1	32,0	-	-	-
2	26,0	6,0	1,0	1,0
3	31,0	5,0	0,0	1,0
4	29,0	2,0	-3,0	-2,0
5	30,0	1,0	-4,0	-6,0
<b>Valor objetivo (RO)</b>			5,0 MPa	



**Tabla 3 y Figura 5.** CUSUM C para el análisis del desvío estándar de la resistencia a la compresión

No. de orden	$f'ci_{\text{real}}$ MPa	$f'ci_{\text{previsto}}$ MPa	$f'ci_{\text{real}} - \text{prev}$ MPa	CUSUM C MPa
1	32,0	31,0	1,0	1,0
2	26,0	29,0	-3,0	-2,0
3	31,0	30,0	1,0	-1,0
4	29,0	28,0	1,0	0,0
5	30,0	30,0	0,0	0,0



### Desarrollo para el análisis CUSUM en la resistencia a la compresión del hormigón

Antes de iniciar el control de los resultados obtenidos, es necesario establecer los valores de referencia objetivos que caracterizan al sistema, y que se consideran para el análisis de CUSUM M y CUSUM R. Para ello, se aplica la siguiente secuencia de pasos, previos al procesamiento de los resultados de campo:

- Asegurar la correcta implementación del método de ensayo* en el laboratorio de control, preservando la correspondencia entre los procedimientos operativos y lo especificado en el marco normativo aplicable (muestreo, preparación / acondicionamiento del material y el ensayo mismo), y asegurando una adecuada calidad de las mediciones involucradas.
- Determinación del valor del desvío estándar ( $S_n$ ) esperable en los resultados de ensayo.* Este valor puede ser estimado en función a los registros históricos de resultados -si los hubiere-, obtenidos en idénticas condiciones a las de análisis, teniendo en cuenta condiciones de uniformidad en la provisión de las materias primas, el desempeño y conocimiento del personal, y los procedimientos de elaboración, control y ensayo. En caso de no disponer de información previa, pueden emplearse los valores citados en la **Tabla 4**, en función al grado de control previsto.

**Tabla 4.** Desvío estándar en la determinación de la resistencia a la compresión, según distintos grados de control. [Adaptado de la Tabla 3.2 del ACI 214R-02]

Grado de control	Desvío estándar ( $S_n$ ) [MPa]
Excelente	2,0 a 2,5
Muy bueno	2,5 a 3,5
Bueno	3,5 a 4,0
Regular	4,0 a 5,0
Pobre	5,0 a 8,0



- c. *Determinación del valor de resistencia a la compresión objetivo.* En caso que existan antecedentes previos correctamente documentados, el valor de referencia objetivo (RMO) puede ser establecido como el promedio de los resultados obtenidos para cierto tipo de hormigón, nivel resistente y combinación de materiales. En otros casos, tales como en la puesta a punto de nuevas plantas elaboradoras de hormigón, este valor puede ser estimado del siguiente modo:

$$\text{RMO (resistencia media objetivo)} = f'c + k \cdot Sn$$

Siendo, RMO: resistencia media objetivo, en Megapascal

$f'c$ : la resistencia característica de diseño del hormigón, en Megapascal

$k$ : la constante estadística, según el percentil de casos que se acepten como no conformes (según CIRSOC 201:1982: 5%; según CIRSOC 201:2005: 10%), adimensional

$Sn$ : la desviación estándar, en Megapascal

$k \cdot Sn$ : el producto entre factores, que expresa el “margen de seguridad” que se aplica por sobre el valor característico especificado, con el fin de asegurar que una porción significativa de los resultados se encuentre por encima del valor mínimo objetivo.

Si bien, en ámbitos de aplicación del Reglamento CIRSOC 201 se emplean las expresiones que se indican a continuación, algunos especialistas sugieren emplear, para el cálculo del valor medio de la resistencia objetivo (RMO) un valor superior al que indica tal reglamento, de modo de proveer un “margen de seguridad” equivalente a ‘ $3 \cdot Sn$ ’ para cumplir con el nivel de resistencia mínima especificada. Ello puede observarse en la sección siguiente: “Valor RMO sugerido para el análisis CUSUM de resistencia a la compresión”.

Resistencia media requerida, según porcentaje de casos no conforme admisible, de acuerdo con el Reglamento CIRSOC 201

Versión 1982:  $f'c + 1,64 \cdot Sn$  (Fractil de casos no conformes del 5%)

Versión 2005: según el modo de producción de la planta elaboradora, ambos para fractil del 10%:

- MODO 1: al mayor entre los siguientes valores:  $f'c + 1,34 \cdot Sn$  y  $f'c + 2,33 \cdot Sn - 3,5 \text{ MPa}$
- MODO 2: al mayor entre los siguientes valores:  $f'c + 5 \text{ MPa} + 1,34 \cdot Sn$  y  $f'c + 2,33 \cdot Sn$

Valor RMO sugerido para el análisis CUSUM de resistencia a la compresión

- Cuando se admite hasta un 5% de casos no conformes (fractil):  $RMO = f'_c + 1,96.S_n$ <sup>6</sup>  
 Cuando se admite hasta un 10% de casos no conformes (fractil):  $RMO = f'_c + 1,64.S_n$ <sup>7</sup>

d. *Determinación del valor del rango objetivo para el análisis CUSUM.* Este valor se determina a partir del desvío estándar, utilizando la **Tabla 5** o mediante la expresión indicada precedentemente ( $RM = 1,128.S_n$ )

**Tabla 5.** Valores sugeridos para el rango objetivo para análisis CUSUM, según el valor del desvío estándar. [Adaptado de la Tabla 3 del “Monitoring Concrete Strength by the CUSUM System”, The Concrete Institute, Sudáfrica, 2013]

Desvío estándar (Sn) [MPa]	Rango objetivo [MPa]
2,0	2,5
2,5	3,0
3,0	3,5
3,5	4,0
4,0	4,5
4,5	5,5
5,0	6,0
5,5	6,5
6,0	7,0
7,0	8,0
8,0	9,0

e. *Determinación de la correlación entre los resultados de resistencia a edad temprana (por ejemplo, 7 días) respecto a la edad de diseño.* La relación entre tales medidas puede establecerse en base a resultados históricos de resistencia a ambas edades, o mediante el moldeo, curado y ensayo de probetas en laboratorio empleando las mismas materias primas, métodos y procedimientos de ensayo.

En algunos casos puede requerirse, durante un período reducido, el empleo de un factor de correlación distinto al empleado típicamente, a razón de una modificación del tipo o composición del material cementicio, el uso de cierto tipo de aditivo químico, u otro factor de similar efecto. Esta condición puede ser eventual, y el factor de correlación modificado se empleará únicamente durante el período en el que perduren los cambios mencionados.

Una vez concluidos los pasos anteriores, se procede al análisis y procesamiento de los datos obtenidos en cada operación de control. Genéricamente, el procesamiento y análisis de los datos se realiza por medio de formularios tabulados, en los que cada fila representa una instancia de control, y cada columna el resultado

<sup>6</sup> Conduce a que el 2,5 % de los resultados obtenidos esté por debajo de la  $f_c$  especificada

<sup>7</sup> Equivale a que el 5,0 % de los resultados obtenidos esté por debajo de la  $f_c$  especificada

de cierto parámetro auxiliar o del análisis CUSUM. Luego, esta información se representa gráficamente del modo de los ejemplos anteriores.

Para el análisis CUSUM, el procesamiento de los datos puede realizarse de acuerdo con las indicaciones que se citan a continuación. El analista puede emplear formatos ligeramente distintos, siempre que ellos respondan a las mismas funcionalidades elementales.

- *Columna 1:* la identificación de la serie de ensayo y la fecha de ejecución del control
- *Columna 2:* el resultado de ensayo a edad temprana (por ejemplo, 7 días), obtenido como promedio de, como mínimo, 2 determinaciones individuales a la misma edad
- *Columna 3:* el valor de resistencia estimada a la compresión para la edad de diseño, calculado en base a la resistencia obtenida a temprana edad y un factor de correlación que las vincule (según el inciso e. anterior)
- *Columna 4:* la diferencia entre el valor de la columna 3 y el de referencia “objetivo” del sistema (según el inciso c. anterior)
- *Columna 5:* la suma acumulada de las diferencias obtenidas para cada fila (columna 4) hasta la fila de control, inclusive.
- *Columna 6:* la diferencia entre el resultado obtenido (columna 3) en la fila de análisis y su inmediata anterior.
- *Columna 7:* la diferencia entre el valor obtenido en esta fila en la columna 6 y el valor de referencia objetivo para el rango (según inciso b. anterior)
- *Columna 8:* la suma acumulada de los valores la columna 7 hasta la fila de control analizada.
- *Columna 9:* el resultado de ensayo a la edad de diseño (por ejemplo, 28 días) obtenido como promedio de, al menos, 2 determinaciones individuales a la misma edad.
- *Columna 10:* la diferencia entre los valores de la misma fila, ingresados en las columnas 9 y 3
- *Columna 11:* la suma acumulada de los valores la columna 10, hasta la fila de control analizada.

**Nota.** Para la representación gráfica, resulta conveniente seleccionar adecuadamente la escala de trabajo. Comúnmente, la representación de cada punto en el plano gráfico se realiza con una distancia intermedia de 5 a 10 mm entre las categorías de referencia en los ejes coordenados. Para el eje de ordenadas, el espaciamiento entre categorías corresponderá a la medida mencionada por cada 1 o 2 desvíos estándar.

En la sección “Ejemplo de aplicación práctica” se presenta una demostración de los pasos anteriores.

## Uso de máscaras de control

En términos generales, cuando los puntos trazados en un gráfico CUSUM se desarrollan en una progresión próxima al eje de abscisas ( $CUSUM \sim 0$ ) se infiere que el comportamiento del sistema es normal, mientras que una secuencia de puntos alineados con una pendiente ascendente o descendente induce a considerar desvíos en el sistema. Para determinar cuándo un cambio en los resultados de ensayo es relevante e indicativo de un desvío en el sistema, el análisis CUSUM se vale de la utilización de las denominadas “máscaras de control”.

Elas son figuras en forma de “V” truncada en su vértice, las que permiten delimitar una región dentro del gráfico, tal que si la sucesión de puntos trazados se desarrolla dentro de esa área se supone que el sistema opera en condiciones normales y estables. En caso contrario, si la sucesión de puntos intersecta o excede tales límites, se infiere que ha habido un desvío significativo en el sistema, denotando la necesidad de implementar medidas adecuadas para la corrección del desvío en base a un análisis anterior de las causas. De esta forma, las ramas inclinadas de las máscaras identifican los límites superior e inferior de aceptación para el control de desvíos.

Históricamente, el análisis de desvío fue realizado por medios gráficos, mediante el trazado de dichas máscaras sobre un film transparente, las que se posicionaban sobre el gráfico de valores CUSUM ubicando el punto central de la menor abertura de la V truncada sobre el último punto trazado en el gráfico (ver **Figura 6** y el caso del “Ejemplo de aplicación”), y orientando el eje bisectriz de la V en dirección paralela al eje de abscisas. En la actualidad, el uso de esta herramienta por medios gráficos es muy poco frecuente, y se emplean, en su reemplazo, programas informáticos que aplican el mismo concepto y criterio de análisis, aunque en forma algebraica según un modelo matemático programado en el software.

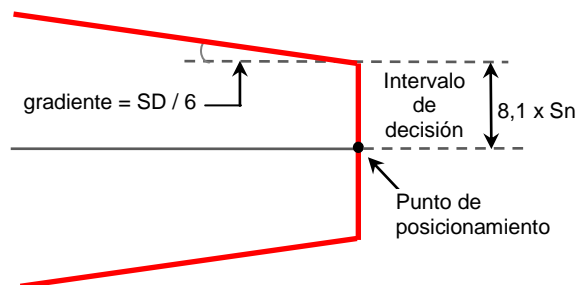
El ancho de la abertura de los límites de la máscara en “V” se establece a partir del valor del desvío estándar definido. El punto central de la máscara debe posicionarse en el último punto ingresado en el gráfico CUSUM, y la extensión de la máscara debe abarcar, generalmente, a los 40 valores anteriores al de análisis. Por cada nuevo valor ingresado en la estadística, el operador debe posicionar la máscara sobre el gráfico y verificar que la sucesión de puntos se encuentre comprendida dentro de los límites fijados por ella. Si así no fuere, un desvío significativo en el sistema debe ser notado en el intervalo que está comprendido entre el instante al cual corresponde el punto sobre el que se centra la máscara “en V”, y el punto en el que la línea de trazo que une los puntos de CUSUM intersecta a los límites de la máscara.

Generalmente, el control estadístico de resultados por CUSUM se efectúa por clases o “familias” de hormigones que presentan ciertas características similares. Ello permite simplificar el análisis, prescindiendo de un control por cada dosificación de partida que la planta considere (en el caso del hormigón elaborado, ello puede significar más de varias decenas o centenas de fórmulas), y anticipa la detección de desvíos que puedan ocurrir en el sistema sobre la base del estudio acumulado de un mayor número de casos en un período menor. Los criterios de agrupamiento en “familias” de los hormigones comprenden, generalmente: el uso del mismo tipo de cemento, origen y categoría resistente; clases resistentes contenidas dentro de un cierto intervalo preestablecido; mismo ámbito de consistencia de los hormigones, entre otros. Estas

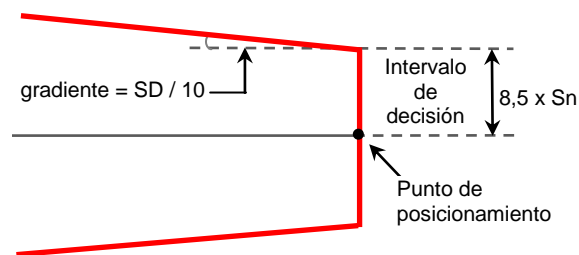
consideraciones deben ser establecidas para cada caso en particular, y son objeto de aplicación del correcto criterio técnico del analista a cargo. El uso de control de la resistencia a la compresión para “familias” de mezclas puede requerir pasos intermedios en el procesamiento de análisis de los resultados, para los que se ajusten, con una escala determinada, las diferencias entre los resultados obtenidos y los valores de referencia de la familia.

**Figura 6.** Máscaras para detección de desvíos en análisis CUSUM

Para **CUSUM M y C:**



Para **CUSUM R:**



- *Control para la desviación estándar (CUSUM R)*

En este análisis, se evalúa la diferencia entre el rango de valores para cada par de resultados individuales consecutivos respecto a un valor objetivo definido. Tal como fue indicado previamente, la detección de desvíos en el sistema se realiza por medio del empleo de máscaras de control.

En caso que se detectare un desvío en el sistema, el valor de la desviación estándar ( $S_n$ ) debe ser recalculado, ajustándolo al correspondiente según la progresión de los datos, y determinando, a su vez, el valor correspondiente a la resistencia media objetivo (RMO) para tal valor de  $S_n$ . El resultado de CUSUM M inmediato anterior al asociado al instante de detección del desvío debe ser recalculado para los nuevos valores de RMO y rango.

Entre los controles de CUSUM M, R y C, el correspondiente al control de la desviación estándar (CUSUM R) es el que se realiza primero entre los 3, pues una modificación en el desvío estándar del sistema supone la necesidad de adecuar las máscaras a utilizar en el control CUSUM M y C en base al valor corregido de  $S_n$ .

El ajuste al valor del desvío estándar se establece de acuerdo con las siguientes indicaciones:

1. Calcular el valor de la diferencia entre el valor de CUSUM R del último punto analizado y el correspondiente al instante de desvío, dividido por el número de valores (puntos) que están comprendidos en dicho intervalo.

2. Ajustar el valor de  $S_n$  en función a lo determinado en el punto 1.
3. Modificar las máscaras de control a utilizar para CUSUM R, M y C, en función al nuevo valor de  $S_n$ .
4. Recalcular el valor de RMO según el nuevo valor de  $S_n$ .
5. Reiniciar desde cero el valor de CUSUM R, a partir del punto en el que se aplica este cambio. Generalmente, el gráfico de CUSUM M se mantiene, acumulando los nuevos valores, sin reiniciar su cuenta desde cero.
6. Verificar que los resultados del gráfico CUSUM M no denoten un desvío para la nueva máscara de control establecida según el valor de  $S_n$  calculado en el inciso 3 de este detalle.

Típicamente, un cambio de 0,5 MPa en el valor de referencia considerado para el desvío estándar requiere adecuar los cálculos y demás valores de análisis al parámetro corregido de  $S_n$ .

**Ejemplo 1:** Datos: Resistencia especificada a la compresión ( $f'c$ ) = 25,0 MPa

$$S_n = 4,5 \text{ MPa}$$

$$\text{RMO} = 33,8 \text{ MPa} (= 25 + 1,96 \cdot 4,5) \text{ MPa}$$

$$\text{Valor objetivo para el Rango} = 5,0 \text{ MPa}$$

$$\text{CUSUM R en el punto no. 6} = -4,0 \text{ MPa}$$

$$\text{CUSUM R en el punto no. 22} = -28,3 \text{ MPa}$$

*Resolución:* Diferencia entre valores de CUSUM R =  $(-28,3 - (-4,0)) \text{ MPa} = -24,3 \text{ MPa}$

$$\text{Distancia entre puntos} = 22 - 6 = 16$$

$$\text{Corrección del rango} = -24,3 \text{ MPa} / 16 = -1,5 \text{ MPa}$$

$$\text{Corrección al desvío estándar} = -1,3 \text{ MPa}$$

$$\text{Nuevo valor de } S_n \text{ ajustado} = (4,5 - 1,3) \text{ MPa} = 3,2 \text{ MPa} \sim 3,5 \text{ MPa}$$

$$\text{Nuevo valor de RMO} = (25 + 1,96 \cdot 3,5) \text{ MPa} = 31,9 \text{ MPa}$$

Corrección sobre RMO =  $(33,8 - 31,9) \text{ MPa} = -1,9 \text{ MPa}$  (Se requieren aplicar medidas para disminuir la resistencia a la compresión obtenida a la edad de diseño en  $\sim 2 \text{ MPa}$ )

De acuerdo con el nuevo valor de RMO recalculado según el paso 4 anterior, podrá ser necesario ajustar el contenido de cemento y/o la relación agua / material cementicio en la dosificación del hormigón, de modo de ajustar la resistencia a la compresión real obtenida al nuevo valor requerido de RMO.

- *Control para la resistencia a la compresión media (CUSUM M)*

Este análisis comprende la evaluación de la progresión de resultados de resistencia a la compresión a la edad de diseño establecida, respecto al valor de referencia objetivo (RMO). Generalmente, este control es, entre los 3 mencionados, el que reviste menor complejidad.

El ajuste al valor de resistencia a la compresión media objetivo (RMO) se realiza según los siguientes pasos:

1. Calcular el valor de la diferencia entre el valor de CUSUM M del último punto analizado y el correspondiente al instante de desvío, dividido el número de valores que están comprendidos en dicho intervalo.
2. Modificar condiciones de dosificación del hormigón (contenido de cemento o la relación agua / material cementicio, por ejemplo) que permitan alcanzar el nivel de resistencia RMO establecido, en base al valor del desvío calculado en 1.

**Nota.** En caso de ajuste del Contenido Unitario de Cemento (CUC) en el hormigón, es común que este ajuste se efectúe en base a una correlación preestablecida que vincule un incremento (o disminución) unitario en la cantidad de cemento del hormigón respecto al aumento (o disminución) logrado en la resistencia (Por ejemplo, del tipo de que un incremento de 6-8 kg de cemento por m<sup>3</sup> de hormigón reporte un incremento de 1 MPa en la resistencia a la compresión de diseño). Sin embargo, cuando se aplica una corrección en el CUC de una mezcla, es usual aplicar un coeficiente de minoración (0,75) de la variación en el CUC determinado según la relación anterior, el que minimiza riesgos por aplicación de una corrección de valor excesivo y/o la necesidad de aplicar luego una corrección en sentido inverso.

3. Reiniciar la suma acumulada CUSUM M desde cero.

**Ejemplo 2:** Datos: RMO = 30,0 MPa  
CUSUM M en el punto no. 6 = + 5,0 MPa  
CUSUM M en el punto no. 30 = -43,0 MPa

Resolución: Diferencia entre valores de CUSUM M = (- 43 - (+ 5,0)) MPa = - 48,0 MPa  
Distancia entre puntos = 30 - 6 = 24

Corrección sobre RMO = -48,0 MPa / 24 = - 2,0 MPa (Se requieren aplicar medidas para incrementar la resistencia obtenida a la edad de diseño en 2 MPa)

Luego de aplicadas las medidas correctivas, no se requiere efectuar corrección alguna sobre los valores de CUSUM R ni CUSUM C.

- Control para la correlación entre resultados de resistencia a edad temprana y a la edad de diseño (CUSUM C)

Generalmente, los sistemas de control de resistencia a la compresión no sólo involucran la determinación de esta característica a la edad de diseño (por ejemplo, 28 días), sino también a, como mínimo, una edad anterior (por ejemplo, 7 días). Ello permite establecer, en base a una correlación entre los resultados de resistencia a la compresión en los valores históricos, cierta predicción respecto al valor de resistencia a la compresión a obtener a una edad posterior, y, mediante análisis CUSUM, es posible establecer anticipadamente posibles desvíos en el sistema, evitando la propagación de la falla a un número mayor de casos en el período que debiera esperarse hasta ejecutar el ensayo a la edad de diseño.

Este control de correlación suele ser eficaz cuando se considera la relación entre los valores de resistencia obtenidos en condiciones de ensayo normalizado de probetas, entre las edades de, por ejemplo, 7 y 28 días. El uso de valores de resistencia a la compresión a edades más tempranas (por ejemplo, 3 días) puede suponer mayores desvíos, al igual que los casos en los que se aplican métodos de curado acelerado, por lo que la toma de decisiones suele presentar mayor dificultad, aleatoriedad e incertidumbre. En cualquier caso, la relación de correlación a emplear debe desarrollarse en función a un registro de evidencia de, como mínimo, 10 resultados debidamente documentados, teniendo en cuenta posibles alteraciones en el desarrollo de resistencia a la compresión según el uso de aditivos químicos y/o de adiciones minerales.

El análisis CUSUM C se orienta, entonces, a establecer el desvío entre el valor previsto para la edad considerada, y el valor real obtenido para el ensayo realizado a término. Un resultado positivo del CUSUM C indica que el valor previsto es inferior al real obtenido, por lo que los valores correlacionados subestiman los resultados obtenidos en la edad especificada. Este control, en base al parámetro C, permite evaluar si la relación de correlación, calculada entre los valores reales y estimados según resultados históricos y/o de control inicial, se mantiene igualmente vigente.

En muchos casos, el cálculo del CUSUM M se realiza anticipadamente en base a los valores de resistencia a la compresión que se prevén obtener, según los resultados de ensayo de edades anteriores. Generalmente, luego, los valores obtenidos por correlación son reemplazados por los valores reales que se obtienen al efectuar los ensayos a la edad especificada, y se recalcula el valor de CUSUM M, aunque algunas metodologías de control prescinden de hacerlo. Si fuera detectado un desvío significativo en la correlación de la resistencia a la compresión real y la estimada anticipadamente, el cálculo del valor certero de CUSUM M debe efectuarse, presentando la diferencia observada.

Cabe destacar que, en algunos casos, pueden presentarse cambios en los factores de correlación entre los valores de resistencia a la compresión a distintas edades a causa de diferentes razones, tales como la modificación del tipo, origen y/o composición del cemento utilizado, la variación en el contenido de cemento en el hormigón, o el uso de ciertos aditivos químicos que modifican la evolución del fraguado y endurecimiento de los hormigones respecto a la condición de referencia.

### **Comentarios finales y precauciones para la implementación del sistema CUSUM**

La detección de un desvío en alguna de las métricas anteriores (CUSUM M, R o C) no siempre supone la necesidad de actuar sobre la dosificación del hormigón, modificando el contenido unitario de cemento o la relación agua / material cementicio. En ciertos casos, estas variaciones detectadas pueden deberse a, por ejemplo, fluctuaciones en las propiedades de los materiales, por lo que el origen de las fluctuaciones puede extinguirse al consumir íntegramente, o desechar, el lote del material observado y/o “no conforme”.

En todos los casos, resulta trascendente tener en cuenta que un número mínimo de resultados de autocontrol internos del productor son necesarios para dotar al sistema de suficiente información que permita detectar desvíos a tiempo en el sistema. En este sentido, cada sistema de control debe establecer un



equilibrio entre las necesidades de ensayo, los costos que provienen de la implementación de tales controles, los requerimientos normativos, y el uso eficiente de los datos relevados en cada instancia de control. A menudo, una cantidad mínima de 15 a 16 datos por mes por cada categoría de control (cada mezcla o familia de mezclas) son necesarios para garantizar una aplicación razonable de este método de análisis estadístico. De todos modos, cabe resaltar que en la medida que la cantidad de datos disponibles sea mayor, la capacidad del sistema para detectar tempranamente un desvío en el sistema se incrementa; de otro modo, la instancia de detección del desvío puede ser temporalmente alejada respecto al momento de su ocurrencia.

La utilización incorrecta del análisis CUSUM puede conducir a problemas indeseados, tales como en los siguientes casos:

- *Error en la determinación del valor de sumas acumuladas.* Este defecto puede provenir de errores en el procesamiento aritmético de los valores considerados, y/o cuando se toma como valor de referencia del sistema al valor objetivo de diseño de la mezcla.
- *Aparición de un valor aberrante dentro de la serie de resultados.* Un valor discordante (outlier) encontrado en una serie de valores no refleja un desvío del sistema, sino que, por el contrario, debe ser excluido del tratamiento estadístico del conjunto de resultados para no conducir a decisiones incorrectas por parte del analista. Convencionalmente, los valores individuales que se aparten más de '3.Sn' respecto al valor de referencia se consideran "aberrantes" (outliers), y no deben ser considerados en el análisis estadístico. De todos modos, la aparición de valores de este tipo es motivo suficiente para evaluar las causas que los originaron.
- *Análisis estadístico de resultados pertenecientes a distintos proyectos y/o obtenidos desde distintos laboratorios de ensayo.* Aún en aquellos casos en los que los valores estén asociados a una misma dosificación de partida, materiales y sistema productivo, son esperables ligeras variaciones en la dispersión de los resultados obtenidos para distintos laboratorios de ensayo. Cuando existan diferencias entre ambos, el valor del desvío estándar debe ser calculado en base a más de un conjunto de datos, y aplicar consideraciones particulares para este análisis.
- *Modificación en la relación agua / cemento de una mezcla por razones de durabilidad.* La relación agua / material cementicio no sólo es importante por su incidencia en el desarrollo resistente de los hormigones, sino también por razones de durabilidad frente a ciertas condiciones de ataque y/o exposición. En ciertos casos, la relación a / mc requerida por condiciones de durabilidad puede ser menor que la mínima necesaria para alcanzar cierta clase resistente. En tales circunstancias, en el caso en que se agrupen distintas fórmulas de mezclas que consideren como único parámetro de asociación entre ellas la resistencia a la compresión objetivo, pueden observarse desvíos significativos en el sistema que estén asociados al uso de relaciones a/c distintas, según corresponda a las necesidades de cada proyecto en términos del desempeño durable de sus respectivos hormigones.

**Nota.** Este archivo ha sido desarrollado con particular enfoque en el control estadístico de los resultados de control de hormigones. Su objeto es dar una orientación básica al análisis estadístico de resultados de ensayo, para su aplicación directa en casos prácticos. Existen en el mercado sistemas informáticos de control automatizado de estas variables, los que pueden simplificar la aplicación de estos criterios de control con el simple ingreso de los datos relevados en el campo.

Asimismo, las consideraciones vinculadas al análisis estadístico de los hormigones son igualmente aplicables a otros ámbitos, tales como para los cementos, las adiciones minerales, los agregados para el hormigón, o los aditivos químicos. El lector puede extrapolar, con sencillez, estos mismos conceptos a tales otros campos de evaluación.

### **Bibliografía de referencia**

Use of control charts in the production of concrete. Ian Gibb, Tom Harrison. European Ready Mixed Concrete Organization (ERMCO) y British Ready Mixed Concrete Association (mpa-brmca). Reino Unido. Año 2010.

<http://www.ermco.eu/documents/ermco-documents/final-amd1-use-of-control-charts-in-the-production-of-concrete.pdf>

Monitoring concrete strength by the cusum system. The Concrete Institute. Sudáfrica. Año 2013.

<http://www.theconcreteinstitute.org.za/wp-content/uploads/2013/10/Monitoring-concrete-strength.pdf>

Evaluation of Strength Test Results of Concrete (ACI 214R-02). ACI Committee 214. American Concrete Institute (ACI). Estados Unidos de Norteamérica. Año 2002.

### Ejemplo de aplicación práctica

Para este caso, los valores de referencia considerados son los siguientes: resistencia a la compresión objetivo: 23,0 MPa (RMO); desvío estándar: 3,0 MPa (DEO); rango objetivo: 3,5 MPa (RO) (según **Tabla 3**, en función al valor del desvío estándar). La serie de datos procesados y los resultados parciales se indican a continuación:

No. de orden	Fecha	f'ci a 7 d [MPa]	f'ci Pre-visto a 28 d [MPa]	Diferencia entre (3) y el valor de referencia (RMO) [MPa]	CUSUM M de (4) [MPa]	Rango de valores consecutivos de (3) [MPa]	Diferencia entre (6) y el valor de referencia (RO) [MPa]	CUSUM R de (7) [MPa]	f'ci real a 28 d [MPa]	Diferencia entre (9) y (3) [MPa]	CUSUM C de (10) [MPa]
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	
1	Ene 03	17,9	25,6	2,6	2,6	---	---	---	26,0	0,4	0,4
2	Ene 03	18,5	26,4	3,4	6,0	0,8	-2,7	-2,7	26	-0,4	0,0
3	Ene 04	12,7	18,1	-4,9	1,1	8,3	4,8	2,1	17,5	-0,6	-0,6
4	Ene 06	14,1	20,2	-2,8	-1,7	2,1	-1,4	0,7	20,0	-0,2	-0,8
5	Ene 06	20,7	29,6	6,6	4,9	9,4	5,9	6,6	29,6	0,0	-0,8
6	Ene 06	7,2	10,3	<b>Descartado por ser valor aberrante</b>							
7	Ene 07	14,1	20,2	-2,8	2,1	9,4	5,9	12,5	19,2	-1,0	-0,6
8	Ene 08	13,5	19,3	-3,7	-1,6	0,9	-2,6	9,9	19,4	0,1	-0,5
9	Ene 08	16,5	23,6	0,6	-1,0	4,3	0,8	10,7	23,0	-0,6	-1,1
10	Ene 11	17,0	24,3	1,3	0,3	0,7	-2,8	7,9	24,5	0,2	-0,9
11	Ene 11	14,6	20,8	-2,2	-1,9	3,5	0	7,9	20,8	0,0	-0,9
12	Ene 12	14,6	20,9	-2,1	-4,0	0,1	-3,4	4,5	21,9	1,0	0,1
13	Ene 13	16,8	24,0	1,0	-3,0	3,1	-0,4	4,1	24,5	0,5	0,6
14	Ene 13	17,4	24,9	1,9	-1,1	0,9	-2,6	1,5	24,0	-0,9	-0,3
15	Ene 13	15,8	22,5	-0,5	-1,6	2,4	-1,1	0,4	23,0	0,5	0,2
16	Ene 14	17,6	25,1	2,1	0,5	2,6	-0,9	-0,5	26,0	0,9	1,1
17	Ene 14	20,9	29,8	6,8	7,3	4,7	1,2	0,7	30,8	1,0	2,1
18	Ene 15	18,4	26,3	3,3	10,6	3,5	0	0,7	27,1	0,8	2,9
19	Ene 15	16,5	23,6	0,6	11,2	2,7	-0,8	-0,1	22,0	-1,6	1,3
20	Ene 16	16,9	24,1	1,1	12,3	0,5	-3	-3,1	24,0	-0,1	1,2
21	Ene 18	16,7	23,8	0,8	13,1	0,3	-3,2	-6,3	25,5	1,7	2,9
22	Ene 18	17,6	25,2	2,2	15,3	1,4	-2,1	-8,4	23,9	-1,3	1,6
23	Ene 19	14,4	20,6	-2,4	12,9	4,6	1,1	-7,3	20,8	0,2	1,8
24	Ene 19	15,9	22,7	-0,3	12,6	2,1	-1,4	-8,7	22,9	0,2	2,0
25	Ene 19	15,7	22,4	-0,6	12,0	0,3	-3,2	-11,9	20,9	-1,5	0,5
26	Ene 20	19,8	28,3	5,3	17,3	5,9	2,4	-9,5	28,9	0,6	1,1
27	Ene 22	20,1	28,7	5,7	23,0	0,4	-3,1	-12,6	29,5	0,8	1,9

Figuras 7, 8 y 9. Gráficos de control para el ejemplo de aplicación

